Title	完全連續ナ對稱作用素ノ固有値存在ノ証明
Author(s)	吉田, 耕作
Citation	全国紙上数学談話会. 171 p.756-p.758
Issue Date	1939-04-20
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74689
rights	
Note	

759. 完全連續ナ對稱作用素ノ固有値存在ノ証明

吉田　耕作（阪大）

三村征雄氏ノ証明（談話571）ハ誠ニ鮮ヤカデアッテ

之レ以上簡単ナ証明ハ存在シナウモナイ。餘リ巧スギナ三村氏ニ之ヲ伺ッタトキ、ピント來ナカッタノデスガ、次ノ如ク二段ニ分ケテ考ヘルトソノカラクリガワカル様ニ思ヒマス。但シ弱收斂ノ概念ヲ使ハネバナリマセン。コンナモノヲ使ハズニ済ム所ニモ三村氏ノ方法ノ巧サガアル訳デスガ、Hilbert空間ニ於テハ弱收斂ハソウ難シクハナイノデスカラ許シテ頂ク事ニシマセウ。

$\boxed{\text{第一段}}$　Hilbert 空間ノ對稱連続作用素Tガ

$$\begin{cases} \underset{\|x\|=1}{\mathrm{l.u.b.}}(Tx,x)=\underset{\|x\|=1}{\mathrm{l.u.b.}}\|Tx\|=M \\ (Tx_0,x_0)=M, \quad \|x_0\|\leqq 1 \end{cases}$$

ヲ満足スルナラバ $Tx_0=Mx_0$。

証明：　三村氏ノ論法デ（同氏ノ証明ノ初ノ部分参照）

$$0\leqq\|Tx_0-Mx_0\|^2=\|Tx_0\|^2-2M(Tx_0,x_0)+M^2\|x_0\|^2$$
$$\leqq M^2-2M^2+M^2=0$$

カラ $Tx_0=Mx_0$ ヲ得ル。

$\boxed{\text{第二段}}$　Hilbert 空間ノ對稱完全連続作用素Tガ

$$\underset{\|x\|=1}{\mathrm{l.u.b.}}(Tx,x)=\underset{\|x\|=1}{\mathrm{l.u.b.}}\|Tx\|=M>0$$

ナラバ $(Tx_0,x_0)=M.\ (\|x_0\|\leqq 1)$ ナル x_0 ガ存在スル。$M>0$ カラ必然的ニ $x_0\neq 0$，モット正シク $\|x_0\|=1$ デアル。

証明：　M ノ定義カラ $\lim_{i\to\infty}(Tx_i,x_i)=M,\ \|x_i\|=1$

ナル系列 $\{x_i\}$ ガアル。Hilbert 空間ノ単位球ハ弱 compact ダカラ，之ノ部分列 $\{x_{i'}\}$ ガ弱收斂スル：

$\lim_{i'\to\infty} x_{i'} = x_0$（弱）．T ノ完全連續性カラ $\lim_{i'\to\infty} Tx_{i'}$

$= Tx_0$（強）．故ニ $M = \lim_{i'\to\infty}(Tx_{i'}, x_{i'}) = (Tx_0, x_0)$．

又弱收斂ト云フコトカラ $\|x_0\| \leqq \underline{\lim}_{i'\to\infty}\|x_{i'}\| = 1$．　以上

$\boxed{\text{注意}}$　序デ乍ラ，上ノ證明カラワカルコトハ任意ノ *Maximalfolge* $\{x_i\}$ カラ任意ノ弱收斂列 $\{x_{i'}\}$ ヲ撰ベバ固有値 M ニ属スル固有函數（絶対値 1）ニ弱收斂スルワケデス。